Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour en savoir plus sur nos formations disponibles, veuillez visiter :
formav.co/explorer

BTS MHR

Mathématiques

Session 2018 • Code sujet : **MATGRB1** • Durée : **2 heures** • Coefficient : **Selon la spécialité : 1, 1,5, 2, 2,5 ou 3**

Sommaire

Cliquez sur une partie pour y accéder directement

1. Départ d'un train à propulsion électromagnétique : équation différentielle, étude de fonction et calcul intégral (13 questions) — **Page 3**

2. Obsolescence programmée des smartphones : probabilités conditionnelles, loi binomiale et test d'hypothèse (13 questions) — **Page 7**

3. Ce qu'il faut retenir & Questions fréquentes (FAQ) (Synthèse & Q&A Examen) — **Page 12**

Sujet officiel (PDF) : https://btsmhr.fr/assets/annales/bts-mhr/E2 - Mathématiques/2018/BTS MHR - E2 - Mathématiques - Session 2018 - 3-Sujet.pdf

1. Départ d'un train à propulsion électromagnétique : équation différentielle, étude de fonction et calcul intégral

Les ingénieurs étudient la distance parcourue par un wagon propulsé dans un tube à basse pression pour vérifier s'il atteint 400 km/h en moins de deux minutes. Une partie distincte étudie l'aire d'une pièce destinée aux gares, définie par une droite, une courbe et une symétrie par rapport à l'axe des ordonnées.

A. Résolution d'une équation différentielle

Question 1°. Résoudre sur [0, +∞[l'équation différentielle homogène y' - 0,2y = 0, en utilisant la formule fournie.

L'équation s'écrit sous la forme fournie $y' + ay = 0$, avec $a = -0{,}2$. La formule donne alors $y(t) = ke^{-at}$. Comme $-a = 0{,}2$, on obtient la famille de solutions sur [0, +∞[. La constante k peut prendre toute valeur réelle.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $y(t) = ke^{0,2t}$, avec $k \in \mathbb{R}$.

Question 2°. Vérifier que la fonction g définie sur [0, 3] par g(t) = -15t - 75 est une solution de l'équation différentielle y' - 0,2y = 3t.

On dérive la fonction proposée : $g'(t) = -15$. En remplaçant y par g dans le membre de gauche, on trouve $g'(t) - 0{,}2g(t) = -15 - 0{,}2(-15t - 75) = 3t$. Le membre de gauche est donc égal au membre de droite pour tout t de [0, 3]. La fonction g vérifie bien l'équation différentielle.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $g(t) = -15t - 75$ est une solution particulière de (E).

Question 3°. Déduire des questions précédentes l'ensemble des solutions de l'équation différentielle y' - 0,2y = 3t.

Les solutions de l'équation complète s'obtiennent en ajoutant à une solution particulière toutes les solutions de l'équation homogène associée. La solution particulière est $g(t) = -15t - 75$, et la famille homogène est $ke^{0,2t}$. Leur somme décrit toutes les solutions sur [0, +∞[. Ici, k est une constante réelle.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $y(t) = ke^{0,2t} - 15t - 75$, avec $k \in \mathbb{R}$.

Question 4°. Déterminer la fonction f solution de l'équation différentielle qui vérifie la condition initiale f(0) = 0.

On utilise la famille générale $y(t) = ke^{0,2t} - 15t - 75$ et on impose la condition initiale. Pour *t* = 0, cela donne $f(0) = k - 75 = 0$, donc *k* = 75. En reportant cette valeur dans la famille des solutions, on obtient la fonction recherchée. Elle vérifie bien $f(0) = 75 - 75 = 0$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $f(t) = 75e^{0,2t} - 15t - 75$.

B. Étude de fonction et application

Question 1° a). À partir des expressions fournies pour f et f', résoudre sur [0, 3] l'inéquation f'(t) ≥ 0.

L'expression fournie est $f'(t) = 15e^{0,2t} - 15$. Ainsi, $f'(t) \geq 0$ équivaut à $e^{0,2t} \geq 1$. La fonction exponentielle étant croissante, cela équivaut à $0,2t \geq 0$, donc à *t* ≥ 0. Cette condition est satisfaite sur tout l'intervalle [0, 3], avec égalité en *t* = 0.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $f'(t) \geq 0$ pour tout $t \in [0, 3]$, avec $f'(0) = 0$.

Question 1° b). Déduire du résultat précédent les variations de la fonction f sur l'intervalle [0, 3].

t	0	3
Signe de $f'(t)$	0	+
Variation de f	0	16,659

Comme la dérivée est positive sur [0, 3], la fonction est croissante. Ses valeurs aux bornes sont $f(0) = 0$ et $f(3) = 75(e^{0,6} - 1) - 45 \approx 16,659$ km.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> f est croissante de 0 à environ 16,659 km sur [0, 3].

Question 2°. Déterminer la distance parcourue par le wagon au bout d'une minute et arrondir le résultat au dixième de kilomètre.

La distance parcourue au bout d'une minute est $f(1)$. En remplaçant *t* par 1 dans l'expression de *f*, on obtient $f(1) = 75(e^{0,2} - 1) - 15$. Le calcul donne environ 1,605 km. En arrondissant au dixième de kilomètre, la distance parcourue est donc de 1,6 km.

✓ RÉPONSE À RETENIR

La distance parcourue au bout d'une minute est $1,6$ km.

Question 3° a). Sachant que f'(t) représente la vitesse en kilomètre par minute, déterminer la vitesse du wagon à t = 2 minutes et arrondir le résultat au dixième.

La vitesse instantanée est donnée par $f'(t) = 15e^{0,2t} - 15$, en kilomètre par minute. À t = 2, on calcule $f'(2) = 15(e^{0,4} - 1) \approx 7,377$ km/min. L'arrondi demandé au dixième donne une vitesse de 7,4 km/min.

✓ RÉPONSE À RETENIR

À deux minutes, la vitesse est $7,4$ km/min.

Question 3° b). Dire si l'objectif des ingénieurs est atteint et justifier la réponse en comparant la vitesse à t = 2 minutes à l'objectif de 400 km/h.

À deux minutes, la vitesse vaut environ 7,377 km/min, soit $7,377 \times 60 \approx 442,6$ km/h. Elle dépasse donc 400 km/h. De plus, $f'(t) = 15(e^{0,2t} - 1)$ est croissante sur [0, 3] et vaut 0 au départ. La vitesse atteint ainsi 400 km/h avant deux minutes.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Oui, l'objectif est atteint : 400 km/h est dépassé avant deux minutes.

Question 4°. Choisir parmi les trois propositions l'équation de la tangente à la courbe C au point d'abscisse 2. Recopier la réponse sans justification.

La pente de la tangente au point d'abscisse 2 est $f'(2) = 15(e^{0,4} - 1)$. La formule de la tangente donne $y = f'(2)(t - 2) + f(2)$, avec $f(2) = 75(e^{0,4} - 1) - 30$. En développant et en regroupant les termes, on obtient la troisième proposition parmi les réponses proposées.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$y = 15(e^{0,4} - 1)t + 45e^{0,4} - 75$.

C. Calcul intégral

Question 1°. À partir du schéma, choisir parmi les propositions l'aire A1 du rectangle OPQR, exprimée en unités d'aire.

Rectangle	Largeur	Hauteur	Aire
OPQR	3	2,25	6,75

Sur le schéma, le rectangle s'étend de *x* = 0 à *x* = 3, et sa hauteur correspond au bord supérieur d'équation *y* = 2,25. Son aire est donc le produit de ces deux dimensions.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $A_1 = 6,75$ unités d'aire.

Question 2°. À l'aide de la primitive fournie, calculer l'aire A2 de la partie du plan limitée par la courbe de g, l'axe des abscisses et les droites d'équations x = 0 et x = 3.

La fonction $g(x) = \frac{27x}{2x^2+18}$ est positive sur [0, 3], donc l'aire cherchée est son intégrale. Avec la primitive fournie, $G(x) = \frac{27}{4}\ln(x^2+9)$. Ainsi, $A_2 = G(3) - G(0) = \frac{27}{4}\ln(18/9) = \frac{27}{4}\ln 2 \approx 4,679$ unités d'aire.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $A_2 = \frac{27}{4}\ln 2 \approx 4,679$ unités d'aire.

Question 3°. Déduire des questions précédentes l'aire hachurée A, exprimée en unités d'aire, et arrondir au millième.

Sur la moitié droite, l'aire hachurée est l'aire du rectangle moins l'aire sous la courbe, soit $A_1 - A_2$. La pièce étant symétrique par rapport à l'axe des ordonnées, l'aire totale vaut $A = 2(A_1 - A_2)$. Avec $A_1 = 6,75$ et $A_2 = \frac{27}{4}\ln 2$, on obtient $A \approx 4,142514$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> L'aire hachurée est $A \approx 4,143$ unités d'aire.

2. Obsolescence programmée des smartphones : probabilités conditionnelles, loi binomiale et test d'hypothèse

Une association étudie les obsolescences technique et logicielle dans une population de 200 smartphones et leur éventuelle coexistence. L'exercice examine aussi le nombre de téléphones non réparables dans un lot de modèle A, puis teste une affirmation de sondage concernant la marque B.

A. Probabilités conditionnelles

Question 1°. À partir des données de l'énoncé et de la population de 200 smartphones, compléter le tableau d'effectifs croisant obsolescence technique et obsolescence logicielle.

Sur 200 smartphones, 3 % sont touchés par T, soit 6, et 8 % par L, soit 16. Parmi les 16 touchés par L, 12,5 % le sont aussi par T, soit 2. Les autres effectifs se déduisent des totaux de lignes et de colonnes.

Smartphones	Touchés par L	Non touchés par L	Total
Touchés par T	2	4	6
Non touchés par T	14	180	194
Total	16	184	200

Tableau des effectifs complété

Smartphones	touchés par l'obsolescence logicielle	non touchés par l'obsolescence logicielle	Total
touchés par l'obsolescence technique	2	4	6
non touchés par l'obsolescence technique	14	180	194
Total	16	184	200

✓ RÉPONSE À RETENIR

Tableau complété : 2, 4, 6 ; 14, 180, 194 ; totaux 16, 184 et 200.

Question 2°. Donner les probabilités P(T), P(L) et P_L(T), où T désigne l'obsolescence technique et L l'obsolescence logicielle.

Les fréquences indiquées donnent directement les probabilités de T et de L. L'énoncé précise aussi la proportion de smartphones touchés par T parmi ceux touchés par L. On convertit les pourcentages en nombres décimaux pour obtenir les trois probabilités demandées.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$P(T) = 0{,}030$; $P(L) = 0{,}080$; $P_L(T) = 0{,}125$.

Question 3° a). Calculer la probabilité de l'intersection T ∩ L.

Par définition d'une probabilité conditionnelle, la probabilité d'être touché par les deux obsolescences est le produit de la probabilité de L par la probabilité de T sachant L : $P(T \cap L) = P(L) \times P_L(T)$. On utilise les données de l'énoncé, exprimées sous forme décimale.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$P(T \cap L) = 0{,}010$.

Question 3° b). Calculer la probabilité de l'union T ∪ L.

La probabilité d'être touché par au moins une des deux obsolescences s'obtient en additionnant P(T) et P(L), puis en retirant leur intersection, comptée deux fois dans cette somme. Ainsi, $P(T \cup L) = P(T) + P(L) - P(T \cap L)$. On reprend les valeurs déterminées précédemment.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$P(T \cup L) = 0{,}100$.

Question 3° c). Calculer P_T(L), la probabilité de l'obsolescence logicielle sachant que l'obsolescence technique est réalisée.

La probabilité de L sachant T est le quotient de la probabilité de l'intersection par la probabilité de T : $P_T(L) = P(T \cap L) / P(T)$. On divise donc la proportion touchée par les deux obsolescences par la proportion touchée techniquement, puis on arrondit au millième.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$P_T(L) = 0{,}333$.

B. Loi binomiale

Question 1°. Justifier que la variable aléatoire X, qui compte les smartphones non réparables dans un lot de 50, suit une loi binomiale et en déterminer les paramètres.

Chaque prélèvement est une épreuve de Bernoulli : un smartphone est non réparable avec la probabilité 0,045. Le stock étant suffisamment important, les 50 prélèvements sont assimilés à des tirages avec remise et sont indépendants. X compte le nombre de succès, c'est-à-dire le nombre de smartphones non réparables, parmi ces 50 épreuves.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> X suit la loi binomiale de paramètres n = 50 et p = 0,045.

Question 2°. Calculer la probabilité que tous les smartphones d'un lot de 50 soient réparables.

Tous les smartphones sont réparables si et seulement si aucun n'est non réparable, donc si X = 0. La probabilité qu'un smartphone soit réparable vaut 1 − 0,045 = 0,955. Par indépendance des 50 prélèvements, la probabilité recherchée est $0{,}955^{50}$, arrondie au millième.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> P(X = 0) = 0,100, soit environ 10,0 %.

Question 3° a). Faire tourner à la main l'algorithme fourni et compléter le tableau avec les valeurs de P(X = i) et de S pour i allant de 0 à 3.

Pour chaque valeur de i, on calcule P(X = i) avec la loi binomiale B(50 ; 0,045). À chaque passage de la boucle, l'algorithme ajoute cette probabilité à S. Les probabilités et les sommes cumulées ci-dessous sont arrondies au millième ; les sommes sont calculées à partir des valeurs non arrondies.

i	0	1	2	3
P(X = i)	0,100	0,236	0,272	0,205
S	0,100	0,336	0,608	0,813

Tableau binomial complété

0,236 0,272 0,205
0,336 0,608 0,813

✓ RÉPONSE À RETENIR

P(X = i) : 0,100 ; 0,236 ; 0,272 ; 0,205. S : 0,100 ; 0,336 ; 0,608 ; 0,813.

Question 3° b). Donner la valeur de S à la fin de l'algorithme et interpréter le résultat.

La boucle additionne les probabilités correspondant à i = 0, 1, 2 et 3. À la fin de l'algorithme, S vaut donc P(X ≤ 3) : c'est la probabilité qu'un lot contienne au plus trois smartphones non réparables. Le résultat est arrondi au millième.

✓ RÉPONSE À RETENIR

S = 0,813 : environ 81,3 % des lots comptent au plus trois smartphones non réparables.

Question 4°. Calculer l'espérance de la variable aléatoire X et interpréter le résultat.

Pour une loi binomiale de paramètres n et p, l'espérance est E(X) = np. Ici, n = 50 et p = 0,045. Cette espérance décrit le nombre moyen de smartphones non réparables dans un lot de 50, lorsque l'on répète un grand nombre de prélèvements.

✓ RÉPONSE À RETENIR

E(X) = 2,25 smartphones non réparables par lot en moyenne.

C. Test d'hypothèse

Question 1°. Sous l'hypothèse nulle, choisir la valeur de h, arrondie au centième, telle que P(0,55 - h ≤ F ≤ 0,55 + h) = 0,95.

Sous H_0, F suit une loi normale de moyenne 0,55 et d'écart type 0,037. Pour une loi normale, l'intervalle central de probabilité 0,95 a une demi-largeur proche de 1,96 écart type. On calcule cette demi-largeur puis on l'arrondit au centième parmi les valeurs proposées.

✓ RÉPONSE À RETENIR

h ≈ 0,07.

Question 2°. Énoncer la règle de décision du test bilatéral au seuil de signification de 5 % pour H0 : p = 0,55 et H1 : p ≠ 0,55.

Le test est bilatéral au seuil de 5 %. Avec h arrondi à 0,07, l'intervalle d'acceptation de H_0 est centré sur 0,55, avec pour bornes 0,55 − 0,07 et 0,55 + 0,07. Une fréquence observée hors de cet intervalle conduit au rejet de H_0.

✓ **RÉPONSE À RETENIR**

Conserver H_0 si $0{,}48 \leq f \leq 0{,}62$; sinon, rejeter H_0.

Question 3°. Pour l'échantillon de 180 personnes dont 76 pensent que la marque B pratique l'obsolescence programmée, donner la conclusion du test.

La fréquence observée est $76 / 180 \approx 0{,}422$. Elle est inférieure à la borne basse 0,48 de l'intervalle d'acceptation déterminé pour le test. La fréquence appartient donc à la zone de rejet : au seuil de 5 %, les résultats de cet échantillon ne sont pas compatibles avec H_0.

✓ **RÉPONSE À RETENIR**

On rejette H_0 : l'échantillon remet en cause $p = 0{,}55$.

Ce qu'il faut retenir de ce sujet (Session 2018)

Bilan de l'épreuve : Cette épreuve de mathématiques du BTS, groupement B, session 2018, porte le code MATGRB1 et dure deux heures. Le coefficient varie de 1 à 3 selon la spécialité. Les deux exercices étudient le départ d'un train à très haute vitesse et l'obsolescence programmée des smartphones. Les compétences évaluées comprennent équations différentielles, fonctions, calcul intégral, probabilités, loi binomiale et test d'hypothèse.

Notions-clés, formules & règles à maîtriser

- Pour y' - 0,2y = 0, les solutions sont y(t) = k e^(0,2t) ; une solution particulière permet de résoudre l'équation avec second membre.
- Lorsque f représente une distance, f'(t) est la vitesse instantanée ; convertir les unités avant de la comparer à une vitesse cible.
- Pour X suivant une loi binomiale de paramètres n et p, P(X = i) = C(n,i)p^i(1-p)^(n-i) et E(X) = np.
- Pour deux événements, P(T ∪ L) = P(T) + P(L) - P(T ∩ L), et P_T(L) = P(T ∩ L) / P(T).

Points de vigilance & attentes du jury

- Convertir les kilomètres par minute en kilomètres par heure avant de comparer la vitesse à l'objectif de 400 km/h.
- Pour une probabilité conditionnelle, repérer l'événement conditionnant et utiliser la probabilité correspondante au dénominateur.
- Dans le test bilatéral, comparer la fréquence observée aux bornes de l'intervalle d'acceptation autour de 0,55.
- Respecter les arrondis demandés et justifier les réponses lorsque la consigne le demande.

Questions fréquentes sur cette épreuve (Q&A Examen)

Q : Comment résoudre l'équation différentielle avec un second membre ?

Résolvez d'abord l'équation homogène associée, puis ajoutez une solution particulière de l'équation complète. La condition initiale f(0) = 0 détermine la constante et permet d'obtenir la fonction décrivant le mouvement du wagon.

Q : Comment déterminer l'aire hachurée de la pièce ?

Calculez l'aire du rectangle à partir de ses dimensions, puis l'aire sous la courbe comme intégrale entre 0 et 3. Utilisez ensuite la symétrie par rapport à l'axe des ordonnées pour obtenir l'aire totale représentée.

Q : Comment gérer le temps et les points de cette épreuve ?

L'épreuve dure deux heures et comporte deux exercices de 10 points chacun. Les parties de chaque exercice peuvent être traitées indépendamment. Une calculatrice, avec ou sans mode examen, est autorisée, mais tout autre matériel est interdit.

Q : Quelles sont les attentes importantes pour la notation ?

Respectez les arrondis indiqués et présentez une justification lorsque la consigne la demande. Pour les QCM, une seule réponse est attendue et aucune justification n'est demandée ; une réponse fausse ou absente ne rapporte ni ne retire de point.

Sujet officiel associé (PDF) : https://btsmhr.fr/assets/annales/bts-mhr/E2 - Mathématiques/2018/BTS MHR - E2 - Mathématiques - Session 2018 - 3-Sujet.pdf
Ressources BTS Management en Hôtellerie-Restauration : Toutes les annales & corrigés • Fiches de révision complètes • Simulateur de notes d'examen

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.